

# MATHE ... Magie?

Workshop des Netzwerk Berliner Lernwerkstätten 2013



# Impressum

Planungssteam:

Jenny Wieneke, Regina Todt, Barbara Tennstedt,  
Andrea Eidokat, Tina Haber, Kerstin Vogt

Fotos: Tina Haber, Kerstin Vogt, Barbara Tennstedt

Layout: Tina Haber

Druck: Serviceagentur GANZTÄGIG LERNEN

PDF kostenlos erhältlich unter:

[www.forschendes-lernen.net](http://www.forschendes-lernen.net)

# MATHE... Magie?

Workshop des Netzwerk Berliner Lernwerkstätten  
in Zusammenarbeit mit der regionalen Fortbildung  
Charlottenburg-Wilmersdorf und Friedrichshain-Kreuzberg

25.-27. April 2013  
in der Lernwerkstatt der Reinhardswald-Grundschule

# Inhalt

## **Vorwort**

Zur Geschichte der Workshops  
für das Netzwerk Berliner Lernwerkstätten  
von Jenny Wieneke

## **Dokumentation des Workshops:**

### **Donnerstag, 25. April**

Mathematische Probleme kooperativ lösen  
Powerpoint Mathemagie von Regina Todt  
Mathematische Neugier- was spricht mich an?

### **Freitag, 26. April**

Herstellen von Lernbuffets  
Erkunden der Buffets  
Arbeiten an einer eigenen Fragestellung

### **Samstag 27. April**

Kooperationen  
Wie kann ich Mathe schmackhaft machen?  
Wie habe ich den Workshop erlebt?  
Wünsche an das Netzwerk

## **Literaturliste**

# Vorwort

## In Lernwerkstätten fragend und forschend die Welt erkunden

Wir werden in einem Workshop an einem Thema ganz praktisch arbeiten, eigene Beobachtungen machen, das Entstehen eigener Fragen reflektieren, Forschungs- und Lernwege finden und die erlebten Prozesse miteinander austauschen. Dieses "Lernen im Selbstversuch" ist nicht immer nur einfach, aber es ist sehr anregend und schafft die Voraussetzung, die Reflexion über entsprechende Lernumgebungen zu vertiefen und Kinder in ihrem forschenden Lernen besser zu begleiten.

Dieser Workshop für die Mitarbeiter des Netzwerks der Berliner Lernwerkstätten war der fünfte in einer Reihe. (siehe Kasten rechts). Wir versuchen bei diesen jährlichen Fortbildungsveranstaltungen eigene neue Lernerfahrungen zum forschenden Lernen und zur aktiven und passiven Lernbegleitung miteinander zu verbinden und gemeinsam zu reflektieren. Das Ziel ist, uns durch gemeinsame Erfahrungen zum forschenden Lernen in einen lebendigen Diskussionsprozess auch über unseren Arbeitsalltag zu bringen und auf mehreren Ebenen Anregungen für die praktische Arbeit in den eigenen Lernwerkstätten zu bekommen.

Die vorbereitenden Teams der Fortbildner haben sich von Jahr zu Jahr neu gebildet und auch die Veranstaltungsorte wechselten. Bei jedem dieser Workshops haben wir unterschiedliche thematische Schwerpunkte gesetzt und auch versucht, unsere vielfältigen gründlichen Vorüberlegungen den Teilnehmern deutlich zu machen. Das trug zu einer lebendigen Weiterentwicklung der Berliner Workshopkultur bei und sorgte für immer neue Anregungen.

Die Grundstruktur der drei Veranstaltungstage blieb dabei ähnlich: Am Donnerstagnachmittag begann die inhaltliche Einstimmung mit

Geschichte der Workshops für das Netzwerk der Berliner Lernwerkstätten			
Jahr	Ort	Thema	Methodische Zugänge, weitere Erfahrungsangebote und Reflexionsebenen
2009	Tagung in Seehausen	<b>Der Lauf der Dinge – Kräfte, Kreisel und Kugelbahnen</b>	Erproben und Vergleichen von drei verschiedenen Arbeitsaufträgen zum Erforschen von Kreiseln  Offener Arbeitsauftrag: Kugelbahn – dabei Fragen zu einer angemessenen Lernbegleitung und den Umgang mit dem eigenen Wissen
2010	Lernwerkstatt in der Reinhardtwaldschule	<b>Die Natur in und um die Lernwerkstatt</b>	Erproben von losgelösten (gängigen) Experimenten zu naturwissenschaftlichen Forschungsmethoden - ohne eigene Fragen und ohne Zusammenhang  Finden eigener Fragen zur Natur und Überprüfen, mit welchen naturwissenschaftlichen Methoden daran geforscht wird oder nicht
2011	Mal- und Lernwerkstatt der Eigenbetriebe Kitas Nordwest	<b>Ich</b>	Gemeinsames Philosophieren zum Thema  Erproben künstlerischer Zugänge  Übungen zur Lernbegleitung mit Auswertung der Erfahrungen
2012	Lernwerkstatt in der Anna-Freud-Oberschule	<b>Die Dinge und ich</b>	Persönliche, kreative und spielerische methodische Zugänge  Übungen zur Lernbegleitung mit Auswertung der Erfahrungen
2013	Lernwerkstatt in der Reinhardtwaldschule	<b>Mathe-Magie</b>	Kooperatives Lösen herausfordernder Aufgaben  Erstellen und Erproben von Lernbuffets  Kooperation beim entdeckenden Lernen

einem kräftigen Input der Fortbildner: Einstimmung durch Erproben interessanter methodischer Zugänge zum Thema bis hin zu stark gelenkten Arbeitsaufträgen, die unterschiedliche Erfahrungen provozierten.

Anschließend ging es darum, die Lernprozesse für sich selbst auszuwerten und in gemeinsamen Präsentationsrunden sowohl Ergebnisse als auch Prozesse zu reflektieren.

Der Freitag wurde reserviert für das Finden einer persönlich bedeutsamen Fragestellung und die forschende Arbeit daran. Wir schlugen Übungen und Materialien zum Einstieg, zur Selbstbesinnung und zur Lernbegleitung vor, die die Teilnehmer erproben konnten, um ihren Lernprozess zu vertiefen.

Am Samstag sollte immer auch ein Bezug zur Arbeit in der eigenen Lernwerkstatt hergestellt werden: Wie bereite ich eine Lernumgebung zum Thema vor? Wie formuliere ich Arbeitsaufträge? Wie schalte ich mich in Denkvorgänge der Lernenden begleitend ein oder wie kann ich sie unterstützen ohne sie zu bevormunden? Wie werde ich meine Lernwerkstatt anreichern?

In diesem Jahr haben wir uns als vorbereitendes Team seit Januar fünfmal für einen intensiven Austausch- und Planungsprozess getroffen. Es ging einerseits darum, die für unsere aktuellen Diskussionen passenden Themenschwerpunkte zu finden und andererseits um die vielen gestalterischen Fragen, die die Atmosphäre eines solchen Workshops ausmachen. Erwachsene in relativ kurzer Zeit in aktive Prozesse handelnden Lernens zu verwickeln und ein offenes Arbeiten an persönlich bedeutsamen Fragestellungen anzustoßen ist nicht so einfach: neue Lernwerkstattmitarbeiter aber ebenso erfahrene Lernwerkstätten brauchen immer wieder gut durchdachte anregende

Methoden und gute klare Strukturen, um sich auf ein Thema einlassen zu können. Gleichzeitig sollen sie aber nicht nur forschen sondern auch ihre Lernprozesse reflektieren: wir regten dazu an, kleine Lerntagebücher zu führen, sich gegenseitig Lernbegleiter zu sein und anschließend die Gesamterfahrung auszuwerten. Damit auch immer wieder interessante Prozesse angeregt werden, sind viele Vorüberlegungen wichtig und der Mut, Neues zu erproben wie z.B. durch Provokationen neue Erfahrungen und damit neues Denken anzustoßen.

Die „hochkarätige“ Expertengruppe für den diesjährigen Workshop bestand aus langjährigen Fortbildnern aus dem Bereich Schule (Jenny Wieneke, Regina Todt) und aus den Bereichen Erzieherausbildung in Kitas und in Schulen (Barbara Tennstedt, Andrea Eidokat, Tina Haber). Kerstin Vogt war als relativ neue Mitarbeiterin und Mathematikerin eine wichtige Bereicherung des Teams, weil wir ihr zuliebe alle unsere unausgesprochenen Selbstverständlichkeiten noch einmal ausformulieren und auch in Frage stellen mussten. Eine Mitarbeit in einem solchen Team ist immer ein Gewinn für alle Beteiligten und hat auch für die Fortbildner Fortbildungscharakter. Wir haben wieder viel gelernt: vielen Dank Euch allen!

Jenny Wieneke  
für das Team, das diesen Workshop geplant, vorbereitet und gestaltet hat : Regina Todt, Andrea Eidokat, Barbara Tennstedt, Tina Haber, Kerstin Vogt

## Aus der Einladung zum Workshop:

### *Mathemagie?*

groß - klein      geteilt - ganz      wenig - viel

nah - fern      weniger - mehr      real - gespiegelt

schwer - leicht      nano - makro      gerade - kurvig

winzig - riesig      lang - kurz      vorwärts - rückwärts

eckig - rund      hoch - tief      links - rechts

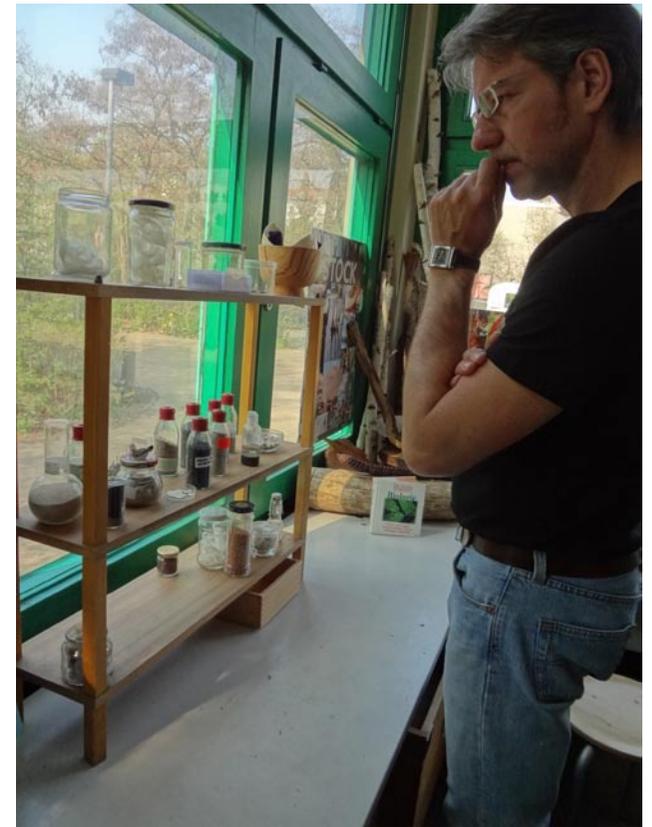
ordentlich - chaotisch      dick - dünn      unten - oben

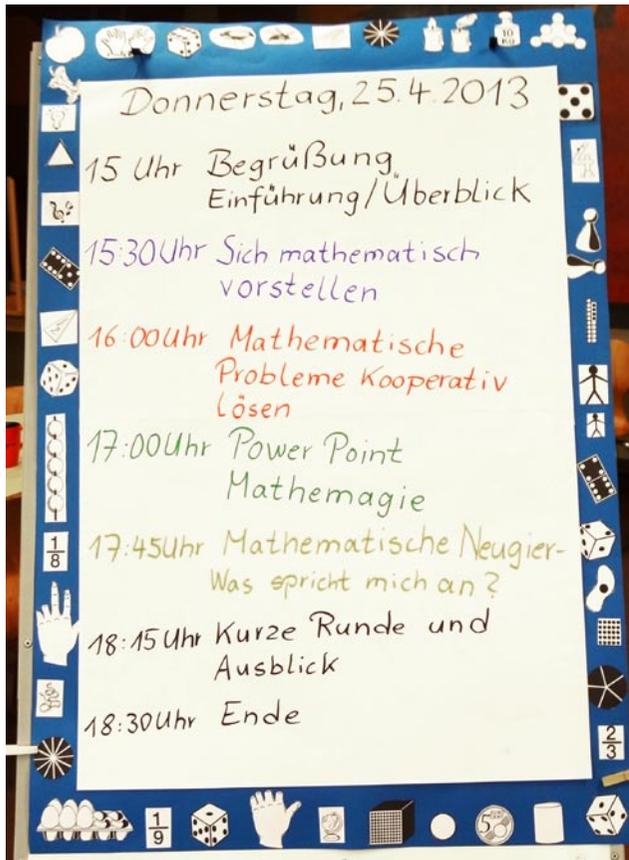
wertvoll - preiswert      schön - hässlich      .....

... die Mathematik in Räumen sehen..... Materialien finden,  
die einen persönlich spannenden Zugang zur Mathematik  
bieten..... Ordnungen erkennen, sortieren...Mathe in der Kunst  
...die Schönheit von Mustern entdecken....

### *Kooperation?*

- gemeinsam Probleme lösen
- gemeinsam den Raum und die Materialien erkunden
- gemeinsam an einer selbstgewählten Frage arbeiten
- über das Kooperative gemeinsam nachdenken





## Donnerstag, 25. April

Für die Vorstellungsrunde zeichneten alle Anwesenden eine kleine mathematische Nebenbeschäftigung auf einen Zettel (siehe rechts). Dabei zeigte sich bereits ein breites Spektrum an Assoziationen: unterschiedliche Zeichen, Zahlen, Figuren, Gefühlszustände, Spiele, Schimpfworte, geometrische Formen und Muster ... Außerdem versuchten alle eine (möglichst kurze) Antwort zu geben auf die schwierige Frage: "Was ist für dich Mathematik?"

## Mathematische Probleme kooperativ lösen

Anschließend gingen wir in den mathematischen Gedankenaustausch über sechs verschiedenen Ausgangsfragen für die jeweils 10 Minuten zur Verfügung standen. Daraus ergaben sich 60 Minuten des mathematischen Denkens, in Kooperation mit einer zweiten Person - zunächst einmal mit sehr wenig Material:

### Was ist für dich eine Millionen?

Millionen ist sehr viel, - unvorstellbar, zum Zählen kann man Strategien entwickeln: Erbsen zählen - 100 in einer Tasse, 1000 im Messbecher, 10.000 im 10-Liter-Eimer 100.000 in 10 Eimern, - das dann mal 10... Reis ist vielleicht besser geeignet, weil platzsparender...

\* Berlin hat 4 Millionen Einwohner, -  $\frac{1}{4}$  der Einwohner ist 1 Millionen

\* vor einer Millionen Jahre, was war da? Fossilien...

\* 1 Millionen Menschen von oben, - wie lang wäre eine Kette - von - bis?

Kann ich eine Millionen Bakterien in der Hand halten? Ich will es sehen!

1.000 mm = 1 m

1.000.000 mm = 1 km

Eine Zahl, die ich ohne nachzudenken schreiben könnte.

Bilder: Sternenhimmel, kleine Tiere auf und in der Erde, Sandkörner...

Million -> Millionär -> Donald Duck => Villa.



Millionen Haare...? Hautpartikel, Körner...  
 $364 \times 24 = 8736$  Stunden mal hundert  
 100 Jahre = 873.600 Stunden

1. Eine Millionen ist "peanuts", - da wird viel mehr verschleudert
2. Mir persönlich aber zu viel, bei 100.000 geht's noch
3.  $1000 \times 1000$
4. 2 hoch 63
5. Geldscheine im Koffer



Punkte auf dem Blatt  
Sandkörner – eine Hand voll Sand  
- wie zähle ich die ab?  
Milchstraße – Sternenhimmel – Lichtjahre  
Geldwert, Quizspiel  
Unbegreiflich viel  
“Ich habe keine Vorstellung” - wie mache ich mir eine?  
Zählen/Schätzen... z.B. Geld oder Erbsen.

## Was sind Fermi-Aufgaben?

**Aus Wiki:** Fermi-Aufgaben kommen ganz harmlos daher. Sie stammen aus der alltäglichen Erfahrungswelt und sind daher jedermann zugänglich. Sie selbst enthalten zu ihrer Beantwortung nur unzureichende Informationen. Sie bedingen daher eigene Recherchen, um seine Abschätzungen vernünftig begründen zu können. Da die Aufgaben in der Regel weder eine exakte Antwort noch einen einzigen Lösungsweg beinhalten, eignet sich dieser Aufgabentyp gut für einen **offenen Unterricht** und für die **Freiarbeit**. Benannt ist dieser Typ Aufgaben nach dem italienischen Physiker **Enrico Fermi**, der für seine treffsicheren Abschätzungen bekannt war.

**Unsere Aufgabe: Die Reinhardswald-Grundschule wurde 1976 eröffnet. Wie viele Familien hatten und haben mit der Reinhardswald-Grundschule seit der Eröffnung bis heute zu tun?**

Als Informationen lagen vor: Die Reinhardswald-Grundschule war immer vierzünftig.



Bis vor 10 Jahren hatte sie Vorklassen mit ca 15 Kindern pro Klasse

**Aus den Lösungsstrategien:** Was heißt „zu tun haben?“ Was sind denn Familien? Es können sich ja auch während der Schulzeit der Kinder neue Familien bilden. Wie viele Kinder gehören zu einer Familie? Gibt es Unterschiede von früher zu heute? Gehören die Lehrerfamilien auch dazu? Wie viele Lehrer sind tätig? Wie lange sind die Lehrer hier

durchschnittlich geblieben?... Wie hoch sind die Klassenfrequenzen? Waren sie früher vielleicht höher (geburtenstarke Jahrgänge)? Wie viele Kinder bleiben sitzen? Sind hier früher sitzen geblieben? Wieviele Kinder kommen denn im Laufe von sechs Grundschuljahren neu hinzu? Kann man das schätzen? Hat die Schule mit allen Klassen gleichzeitig begonnen oder wurde sie von Klassenstufe zu Klassenstufe aufgebaut? Bei den Schätzungen wurde im Schnitt die Kinderzahl pro Familie mit 2 bis 3,5 angenommen. Es wurde eine Klassenkonferenz von 24 bis 28 Kinder angenommen. Die Schätzungen wurden auf der Grundlage der folgenden Überlegung gemacht:

Ausgehend von einem Anfangsbestand der Schule kommt 36/37 Jahre lang jedes Jahr ein Jahrgangsstärke an SchülerInnen dazu. Je nachdem wie man die Klassenstärken und die Anzahl der Kinder pro Familie annimmt kommt man insgesamt auf eine Anzahl von 2000 bis 2400 Familien. Das fand ich überraschend wenig.

**Eine Frage bleibt: Wie kommt die SchülerInnenzahl von 800 zustande, die der Schulleiter gegenwärtig angibt?**

## Was hat der Blumenkohl mit der Unendlichkeit zu tun?

Wenn Blumenkohl in Saat ginge und sich „wild“ vermehrt, geht das unendlich so



weiter => Apfelmännchen (Chaostheorie)...  
 Was passiert mit dem Blumenkohl, wenn man ihn nicht erntet? **a)** wird er immer größer?  
**b)** bleibt er und vermehrt sich?  
**c)** wird er faul?  
 Der Blumenkohl – das sieht immer so ähnlich aus, das kann ganz klein sein – oder groß, ja so groß wie ein Planet – ein Blumenkohlplanet quasi. Ich würde immer noch erkennen, dass das ein Blumenkohl ist.

Blumenkohl wächst von der Mitte her? Oder aus den Röschen heraus?

Blumenkohl: die Form erinnert an Salzkristalle, wenn man einen Faden in Salzlösung hängt.

Die Form: unendliche Teilung

Annahme: der Kohl wächst immer von unten nach. Die Blätter des Blumenkohls fassen das Unendliche ein.

Apfelkohl ... Apfelmännchen = Blumenkohl

Die Blume steckt drin, sie ist sehr regelmäßig

Zu lange kochen => matschig, er verdunstet oder wird zu Holzkohle?

Teilen -> Fraktale -> Landschaft->

Zellen und Atome => makro - nano

## Sand und Stein

Wie viel Sandkörner im Stein?

Wie viel wiegt der Stein? Wie viel wiegt eine Prise Sand?

Was ist Sand? Woraus besteht Sand? ...

Quarz

Nano – Makro

Sandkorn =  $1^3$  mm Rauminhalt

schwierig ist die unregelmäßige Form des Steins

Gewicht des Kornes -> Gewicht des Steins  
 ->Ergo

Sehr feine empfindliche Waage von Nöten



Wasserverdrängung ist auch eine Möglichkeit.

Volumen berechnen aber wie?  
 Gewicht ermitteln ist leichter als die Größe herauszufinden

Zählen ist mühsam...

Es braucht Spezialgerät  
 Vergrößerung gibt Anhaltspunkt (wie vielfach?)



## Schreibt einen Steckbrief für eure Lieblingszahl

Spontane Wahl: **666**

Farben: gelb auf schwarz

Aus Buch: Gepäckschein 666

Schokolade würfeln

Brettspiele: 6 ist das Beste, man darf nochmal

Übergänge in der Entwicklung:

6 J., 12 J., 18 J. Empfehlungen bei Filmen

6 als Note ist ein Schock –

habe davon geträumt

**7** Tage

Am siebten Tag ruhen

7 Leuchter

7 Berge

7 Zwerge

ungerade

**369** - 33 66 99 - warum mag ich die **3** ?

Ich finde die 3 ist eine magische Zahl, trotzdem habe ich den Dreisatz nicht kapiert

- Die **5** als Mitte
- Komma 5 markiert das Aufrunden,
- aber auch die nächst schlechtere Note
- mein Wecker lässt mir seit Jahren zweimal 5 Minuten Zeit
- Die 5 ist rund **und** eckig

**888** -> ist spannend

Zahlenmystik:

Die liegende **8** - unendlich

**9** – Geburtstag und Familie

ungerade Zahl,

sieht aus wie ein Angelhaken,

sie ist die zehnte Ziffer/Zah

Die **7** - eine schöne Zahl – eckig!

- einzigartig

- Primzahl (größte einstellige)

- um 7 zur Schule

- mit 14 Pupertät

- mit 21 volljährig

- die 7 hebt sich heraus, als Vielfaches nicht auf Anhieb zu erkennen

- die „böse 7“ - daraus folgt aber wenig

**10**

Finger, Zehen,-

Gut verständliche Abschnitte - Geburtstage

gewohnheitsmäßige Akzeptanz des

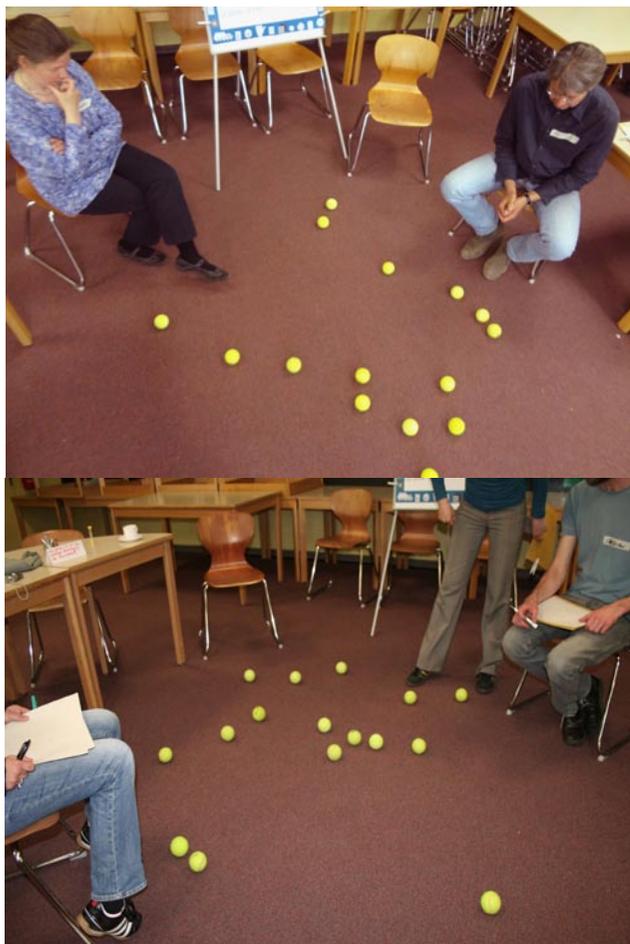
Dezimalsystems...

## Wie merke ich mir die Lage der Tennisbälle?

Nachdem die beiden Kooperationspartner eine Minute Zeit hatten sich die Lage der Tennisbälle einzuprägen, machte jeder eine Zeichnung. Dann sprachen wir über die unterschiedlichen Strategien beim Einprägen der Ballanordnung. Hier einige Gesprächsfetzen:

**1. Gruppe:** Zuerst habe ich mir den Rombus gemerkt, dann das Y und die 4er Gruppe hier... Für mich sind es lauter Pärchen, hier gibt es eine Achse... Dreiergruppen kann man sich gut merken, am besten in kleine Gruppen aufteilen... Das hier ist für mich ein Bogen oder eine Kette...Hier gibt es einen Knick.

**2. Gruppe:** Der da liegt alleine, das war leicht... Dann habe ich geschaut welche zu zweit sind... Da ist eine Linie und ein Dreieck, es ergibt einen Rhythmus: 3, 3, einzeln, 2.



**3. Gruppe:** Hier habe ich die Leier gesehen... Zuerst merke ich mir die größten Gruppen oder Figuren... Da ist eine Linie mit 1, 2 und 2... Ich sehe auch ein Bild,- ein Mensch.

**4. Gruppe:** Das ist der Anführer, dann kommt die Fünf, da sind 2 Verteidiger... Es gibt einen Mittelpunkt und dann außen rum 1, 2, 3, 3 und 5... Ja, es ist ein Kreis, der in der Mitte ist mein Fixpunkt... Ich bin an der 3 hängen geblieben... Wie ein Sternenhimmel, da der

Hammer,- da eine Spirale.

**5. Gruppe:** Ich bin von der 3 ausgegangen, und dann 2, 2, 2 und 2, fast die gleichen Abstände... Hier sind sie dichter, wie eine Perlschnur... Habe mir die Außenform eingepägt, die hat dann zum Schluss aber nicht mehr um das Innere gepasst.

Nach diesen Gesprächen haben wir die Plätze getauscht, um das bereits eingepägte Bild aus einer anderen Perspektive zu betrachten. Drei Personen aus den fünf Paaren fanden es von ihrem neuen Platz aus einfach, die bereits eingepägte Anordnung wiederzuerkennen und sie noch einmal aufzuzeichnen. Alle anderen meinten, dass dieselbe Ballanordnung vom neuen Standpunkt aus ein ganz anderes Bild ergab und sich die gefundenen Strategien nur mit großer Mühe übertragen ließen. Auffällig war, dass sich jedes Paar im Gespräch auf mehr oder weniger abstrakte Begriffe einigte, um die jeweilige Anordnung zu beschreiben.

## Powerpoint Mathemagie

Eine für den Grundschulunterricht zusammen gestellte Powerpoint von Regina Todt gab uns mit wenigen Worten und aussagekräftigen Bildern einen kulturgeschichtlichen Überblick zu den Bereichen der Mathematik.

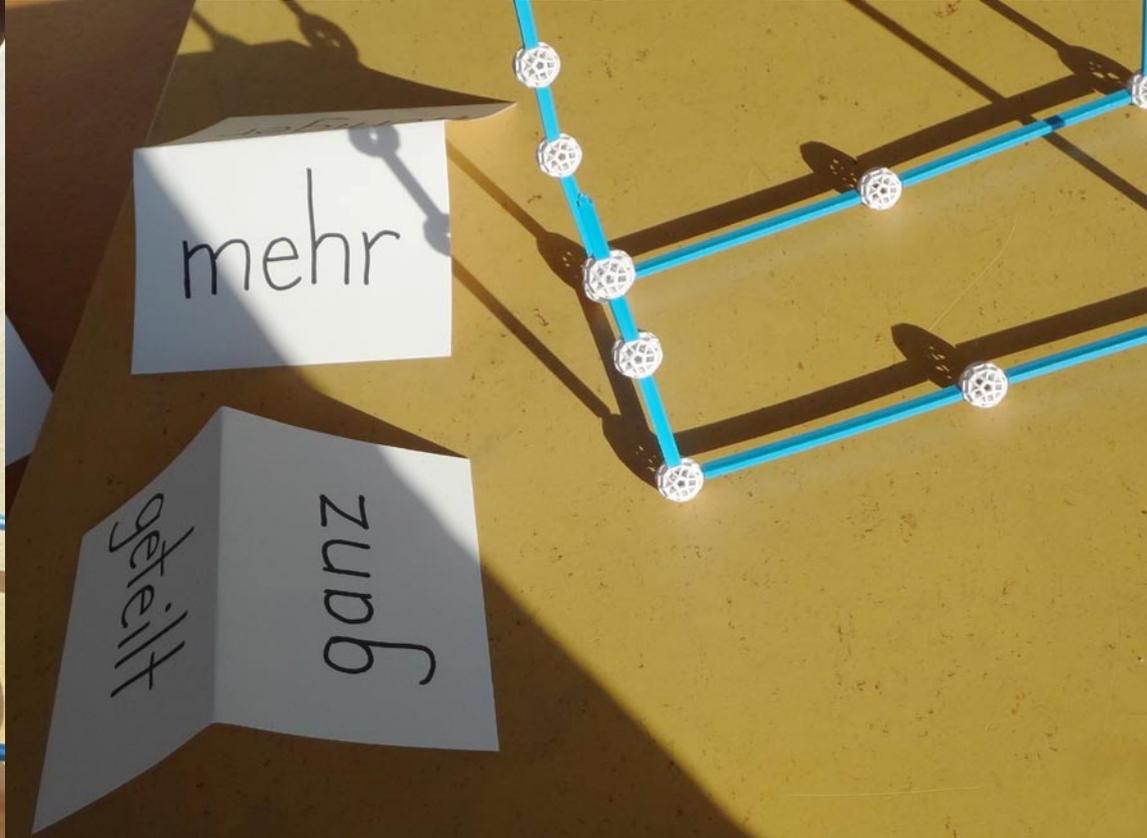
Es wurde deutlich wie praktische Probleme in Schifffahrt, Architektur, Raumfahrt und auch ganz alltäglichen Angelegenheiten überall auf der Welt zur Erforschung mathematischer Zusammenhänge führten.

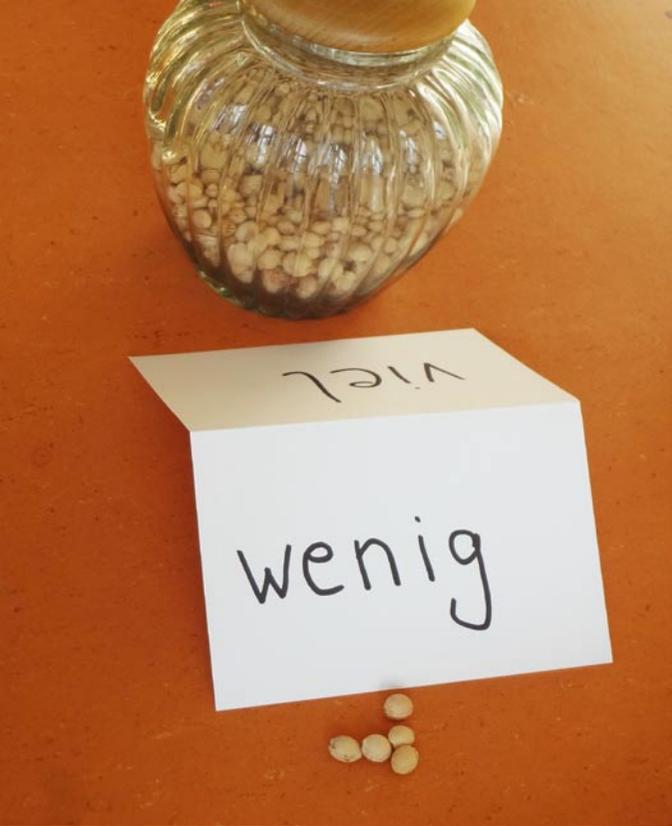


## Mathematische Neugier- was spricht mich an?

Am Nachmittag erkundeten wir schließlich die reichhaltige Lernwerkstatt von Regina Todt. Alle untersuchten, betrachteten und besprachen Dinge, die ihnen auf mathematischer Ebene verlockend erschienen. Diese wurden Kärtchen zugeordnet, auf denen jeweils ein Gegensatzpaar stand, das bereits einen Bezug zur Mathematik andeutete...









Im abschließenden Gespräch über die zusammen getragenen Gegenstände, wurden bereits viele unterschiedliche mathematische Denkrichtungen und Perspektiven deutlich. Das Rechnen spielte dabei eine untergeordnete Rolle. Im Vordergrund stand das Interesse an Formen und Mustern in der Natur und die Begeisterung für Materialien, die in großer Menge zur Verfügung standen. Mit vielen offenen Fragen und mathematischen Überlegungen im Kopf gingen wir nach Hause.

### Freitag, 26. April

Zunächst erzählten alle was ihnen am Abend oder an diesem Morgen noch an mathematischen Gedanken, Fragen, Ideen und Erinnerungen durch den Kopf gegangen ist ...

### Herstellen von mathematischen Lernbuffets

Die am Vortag zusammen getragenen Gegenstände befanden sich noch unverändert auf den Tischen, die Kärtchen mit den Gegensatzpaaren jedoch hatten wir zur Seite geräumt. Die lustvolle Annäherung an einen selbst gewählten mathematischen Bereich durch das Auswählen und Sortieren von Dingen sollte der Ausgangspunkt sein für das Anrichten von Appetit anregenden mathematischen Lernbuffets. Anhand der bereits ausgebreiteten Sammlung von Gegenständen





konnten nun die Vorlieben und Geschmäcker verhandelt werden, bis sich schließlich drei Gruppen von Köchen zusammen fanden, um folgende Buffets anzurichten:

### 1. Lernbuffet

Ingrid, Andrea, Mathias und Kim interessierte das Ordnen von Mengen, das Bilden von Mustern, evt. auch das Abwiegen.

Sie stellten ein verlockendes Lernbuffet aus Bohnen, Schlüsselringen, Perlen, 1-Cent-Stücken, Haken, Ösen, Kernen und einem Kalaha-Spiel zusammen und gaben ihm den Titel "Rund um Mengen".

### 2. Lernbuffet

Lätitia, Christian und Andrea arbeiteten an einem riesigen quadratischen Tisch. Sie trugen unterschiedliche Messgeräte und Schablonen mit geometrischen Formen zusammen und sprachen eindrucklich über ihre Faszination für bestimmte geometrische Anordnungen und Regelmäßigkeiten. Lätitia formulierte den Wunsch eigene zeichnerische aber auch sprachliche, möglichst poetische Zugänge zu diesem Bereich der Mathematik zu finden.

### 3. Lernbuffet

Cordula, Elisabeth, Janine und Judith vertieften sich in die Strukturen und Formen der Natur. Sie stellten ein reichhaltiges Buffet aus Schlangenhaut, Bienenwaben, Federn, Zapfen, Muscheln, Schnecken, Steinen, spiralförmigen Fruchtständen, einem Seestern, Mineralien, Holz und Lupen zusammen. Gemeinsam nahmen sie sich vor diese Dinge

genauer zu untersuchen, und nachzuforschen welche Symmetrien und Regelmäßigkeiten darin vorkommen (Anordnung in Fibonacci-Reihen...?).

Nun konnten alle Köche an allen Buffets schnuppern und kosten. Ein reger Austausch entstand über die "Zubereitung und Bekömmlichkeit" der Mathe-Buffets.

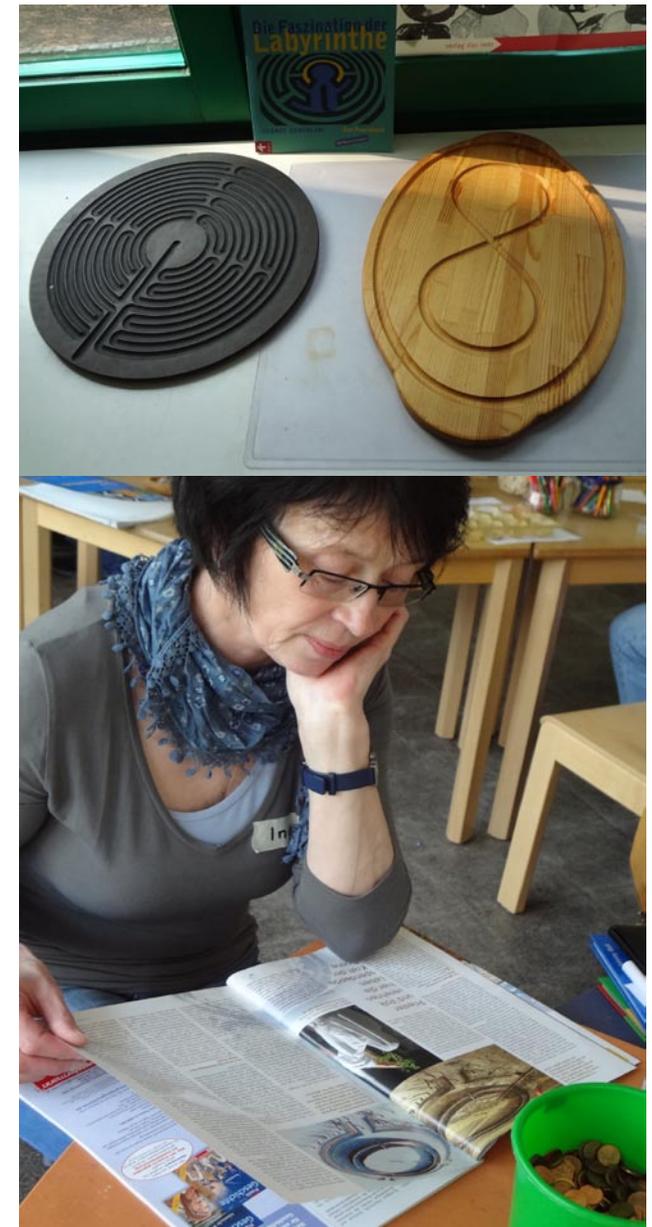
Wir stellten fest, dass es zu den alltäglichen Aufgaben von LernwerkstätterInnen gehört, die Gäste am Lernbuffet zu beobachten und zu begleiten. Was schmeckt ihnen besonders gut? ... und warum? Was würde ich beim nächsten mal anders zubereiten?

## Arbeiten an einer eigenen mathematischen Fragestellung

Nach einer Phase des Betrachtens und Ausprobierens kamen interessante mathematische Fragestellungen auf den Tisch. Über diese Fragen fanden alle - mehr oder weniger leicht - den Einstieg in einen eigenen Forschungsprozess. Manche zogen sich dafür in eine geschützte Ecke der Lernwerkstatt zurück, andere machten sich im Team an die Arbeit oder erkundeten das Umfeld.

Es war beeindruckend zu beobachten, wie an den individuellen Kochstellen die mathematischen Themen in ganz unterschiedlichen Zusammensetzungen gebrutzelt wurden.

Am späten Nachmittag schließlich stellten alle ihre Erfahrungen und Forschungsergebnisse vor:



Ingrid vertiefte sich in Literatur über die Himmelscheibe von Nebra: die Bronzeplatte ist 3.600 Jahre alt und zeigt die Sonne



(je nach Deutung auch den Vollmond), eine Mondsichel sowie insgesamt 32 goldene Sterne. Sieben davon stehen eng beieinander und werden Plejaden genannt. Zu einem späteren Zeitpunkt wurden die sogenannten Horizontbögen sowie eine Schiffsdarstellung hinzugefügt, die »Sonnenbarke« genannt und als mythisches Element angesehen wurde. Von 1800-1600 v. Chr. diente die Scheibe wohl bei der Orientierung und war evt. für einen bestimmten Kult von Bedeutung. Schließlich baute Ingrid die Scheibe in allen Einzelheiten aus Pappe nach...



**Elisabeth** und **Cordula** entdeckten bei ihren gemeinsamen Untersuchungen von Naturmaterialien immer wieder Netzstrukturen, Kreise und Sechsecke. In der Schlangenhaut bemerkten sie die Rautenform und regelmäßige 9er Anordnungen... Elisabeth kam zu folgender Feststellung: betrachtet man die geometrischen Grundformen, kriegt man jede in der anderen irgendwie unter; den Kreis im Quadrat; das Dreieck im Kreis; das Quadrat im Dreieck ... etc.

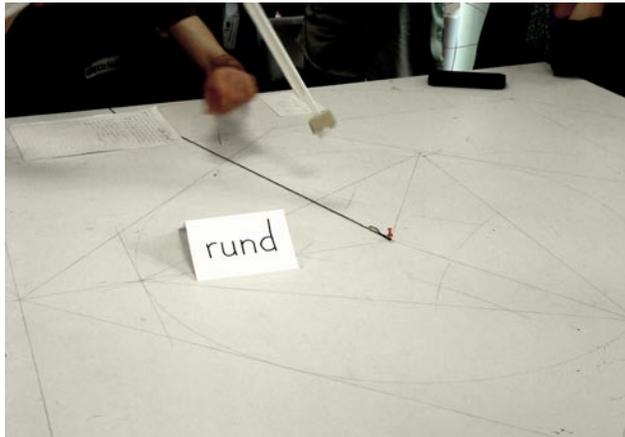


Zitat Elisabeth: "Im Chaos gibt es eine Ordnung, das hat etwas sehr beruhigendes!" Cordula interessierte sich daraufhin für die Frage: Haben Waben Ecken? Beim Legen von Sechsecken mit den geometrischen Grundformen aus Holz wurde ihr klar, dass die Wabenform zu einer besonders guten Ausnutzung des Innenraumes führt.



**Janine** war durch ihr Interesse an den Naturmaterialien auf Bücher gestoßen, die sie völlig in den Bann zogen: "Formen der Natur" und "Symmetrie/Symmetrie". Darin entdeckte sie folgende Aussage: "Alles hat einen Kreis in sich und einen um sich herum, - ist es dreidimensional hat es noch einen dritten, in den Raum gestellten Kreis um sich herum." Sie war fasziniert von dem "großen Masterplan" der Natur, zwischendurch aber auch frustriert, dass dieser nicht an dem einen Tag zu durchdringen war.



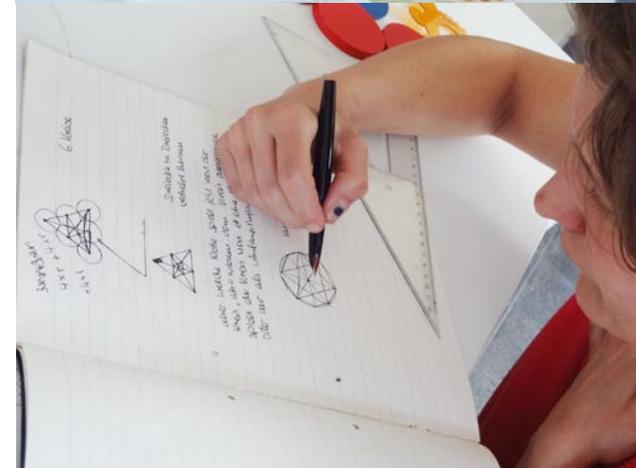


**Christian** arbeitete weiter am quadratischen Tisch, der ihn von Anfang an faszinierte. Seine Untersuchungen kreisten um den Gegensatz rund-eckig.

“Habe mich beim Tun durch Denkprozesse der Geometrie gearbeitet. Kreis und Quadrat,- was steckt wo drin? Mit welchen Werkzeugen kann ich das konstruieren?”

**Lätitia** zeichnete am selben Tisch Muster und geometrische Formen in ihr Heft. “ Ich habe endlos Dreiecke und Kreise in Bezug zu einander gesetzt, dabei aber keine konkrete Frage gefunden. Später habe ich mich an einer Knobelaufgabe festgebissen. 3 Kinder haben 30 €, kaufen einen Ball. Jedes bekommt 1 € zurück,  $3 \times 9 = 27$ . Der Lehrling behält 2 €, das sind aber nur 29 €, wo ist der eine Euro geblieben?” Warum denkt man hier in die falsche Richtung?

=> Durch Mathematik setzt man die Dinge in ein Verhältnis zu einander.





**Kim:** Am Buffet *rund um Mengen* ordnete Kim weiße Bohnen zu lauter unterschiedlichen 10er-Grüppchen. Es entstand ein sehr schönes Bild. Kim: "Bei manchen Grüppchen erkennt man auf den ersten Blick, dass es 10 sind, bei anderen muss man erst zählen, um sicher zu sein. Hätte nicht gedacht, dass man "Mathe machen" kann ohne zu denken. So kommt man vom Konkreten zum Abstrakten. Mit den 1-Cent-Stücken habe ich die Dreieck-Reihe von Mathias von der Fläche in den Raum fortgesetzt. Jetzt sind es Pyramiden."

Direkt daneben hat sich **Mathias** den industriell gefertigten Sachen gewidmet,

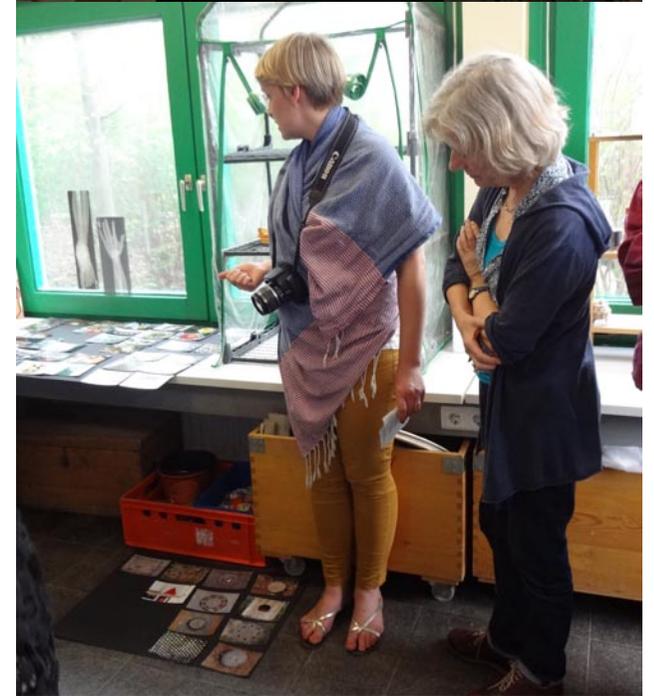


geometrische Formen gelegt und sie untersucht: winzige komplizierte Formen aus Haken und Ösen; immer größer werdende gleichseitige Dreiecke aus den Schlüsselringen. Addiert und subtrahiert ergaben sich bei den Dreiecken interessante Zahlenreihen. Schiebt man ein Dreieck mit dem nächst kleineren zu einer Raute zusammen, erhält man die Quadratzahl der Seitenlänge. Man kann daraus auch Sechsecke legen...



Im Nebenraum fand **Judiths** präzise Blütenuntersuchung statt: "Hier ist die 5 immer wieder aufgetaucht, 3 Schichten mit jeweils 5 Blütenblättern, Vermutung: 45 Staubblätter. Durch das Markieren von Blattachsen mit Stecknadeln wurde deutlich: immer die achten Kätzchen stehen genau übereinander (Fibonacci).

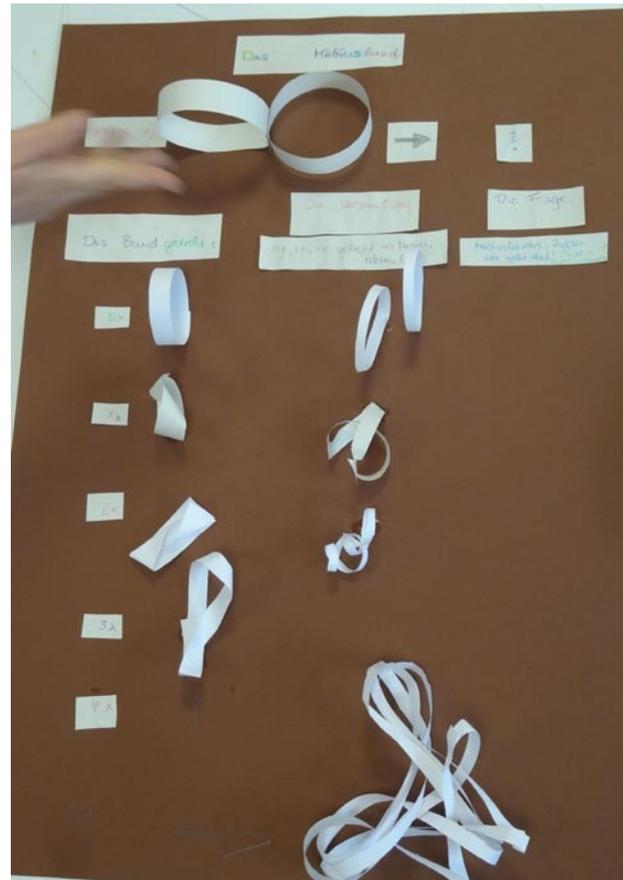
Daneben sortierte **Andrea** ihre im Laufe des Tages fotografierte Serien von geometrischen Formen, Zahlen und Ziffern. "Damit kann man Rechengeschichten erfin-



den, Memories herstellen, Multiplikationsaufgaben legen oder einfach Muster finden." Sie nahm sich vor in der nächsten Zeit, die Ziffern von 1-100 zu fotografieren.



**Kerstin** dokumentierte ihre Forschung am Möbiusband mit einem Plakat. Darauf sieht man das Ergebnis folgender Versuchsreihe: 1x gedreht und aufgeschnitten; 2x gedreht und aufgeschnitten; 3 x gedreht und aufgeschnitten... Es entstanden dabei verschlungene Gebilde, deren Eigenschaften noch genauer untersucht werden sollen...



**Andrea** knobelte an einem mathematischen Bildrätsel, das sie aus dem Mathematikum in Gießen mitgebracht hatte. Die Karte besteht aus drei Teilen, die auf zwei Arten zu einem Bild zusammenpassen. Je nach Lage der oberen Kartenteile änderte sich die Anzahl der Kinder auf dem Bild... Warum?





Nach einem langen und intensiven Forschungstag waren die Tische beladen mit beeindruckenden Präsentationen. Im abschließenden Gespräch erhielten wir Einblick in sehr komplexe mathematische Gedankenwege und interessante Forschungsergebnisse. Ein gemeinsames Essen im Restaurant Matzbach rundete den Tag ab. Auch dieses Jahr verhinderte wieder ein Platzregen das Sitzen auf der Terrasse. Mit Mathe hatte das aber nichts zu tun!





## Reflexion am Samstag

In der ersten Stunde stellten wir hilfreiche Literatur sowie sinnvolle Mathematerialien vor und tauschten unsere Erfahrungen dazu aus (Liste letzte Seite).

Anschließend setzten sich die Zweierteams vom Donnerstagnachmittag noch einmal zusammen, um ihre neu gewonnenen Erfahrungen und Erkenntnisse zum kooperativen Forschen und Lernen zusammen zu tragen. Dabei lag der Schwerpunkt auf dem positiven Feedback für den Kooperationspartner. Nach einer kurzen Selbstbesinnungsphase gaben sich die Paare gegenseitig Rückmeldung zu folgenden Fragen:

1. Was hat der andere, was für mich hilfreich war?
2. Was hat der andere, was ich nicht habe?
3. Was hätten wir besser machen können?

Auf diese Weise erhielten wir alle eine persönlich formulierte Bestätigung für unsere Kooperationsfähigkeit und einen Hinweis auf die kritischen Punkte, an denen eine Weiterentwicklung möglich wäre...

Durch die Methode des Doppelkreis-Rades teilten wir die Reflexionen aus den Zweierteams mit anderen - in kurzen Dialoge mit wechselndem Gegenüber. In einer weiteren Gesprächsrunde ging es um die Kooperation beim Anrichten der Lernbuffets und während der individuellen Lernprozesse am Freitag.

Dabei standen folgende Fragen im Zentrum: Wann habe ich von anderen Anregungen bekommen? Hat mich jemand konkret unter-

stützt? Wann habe ich mir aktiv Unterstützung geholt? Wann habe ich Unterstützung gegeben?

Von unserer Kooperationsfähigkeit überzeugt gingen wir schließlich gemeinsam daran das mathematische Mittagsbuffet anzurichten und genüsslich zu verzehren.

Um die Themen der drei intensiven Workshoptage noch einmal im Zusammenhang zu betrachten und dialogisch zu überdenken fand am Nachmittag ein Schreibgespräch statt. Alle TeilnehmerInnen sowie das Vorbereitungsteam äußerten sich auf drei großen Plakaten zu folgenden Fragen: Wann funktioniert Kooperation am besten? Wie kann ich Mathe schmackhaft machen? Wie habe ich den Workshop erlebt - habe ich Wünsche an das Netzwerk? So entstand Raum für den Austausch von individuellen Sichtweisen, kritischen Meinungsäußerungen und Vorschlägen für die Zukunft. Die Abschrift der Plakate findet ihr auf den nächsten Seiten:

## Wann funktioniert Kooperation am besten?

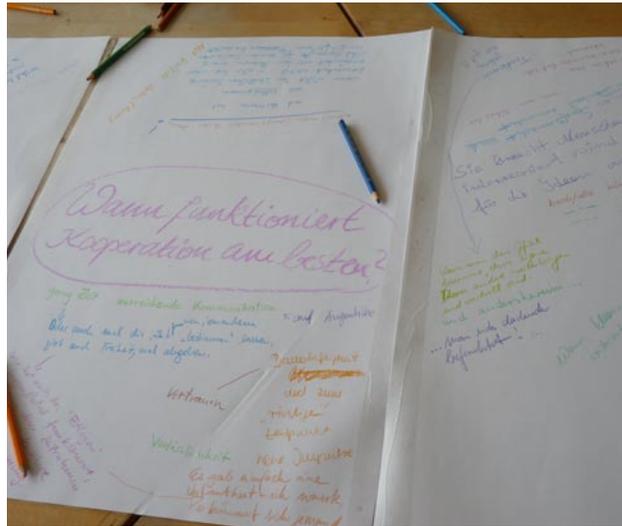
- \* wenn das Ziel/Ergebnis noch nicht feststeht und beide sich einlassen
- \* wenn beide sich selbst und den anderen wahrnehmen wollen und können... durch ein Spiel, in dem man schon etwas über den anderen erfahren konnte...  
Verschiedene Sichtweisen akzeptieren ...!  
*und lernen sich zurückzunehmen, manchmal mehr, manchmal weniger...*

*In Kooperation erfährt man auch viel über sich selbst => Spiegel*  
 ... und kann es mitnehmen für die Arbeit in der eigenen LWS  
 ... wenn sie zielführend und prozesshaft zugleich ist. ???  
 ... wenn sie in tragender Struktur eingebettet ist und dabei nicht eingengt ist.

wenn die Partner bei sich bleiben können...  
 Wenn man auch lernt, mit Menschen zu kooperieren, die man sich nicht freiwillig aussuchen würde (Aufbrechen von Vorurteilen + Perspektivwechsel)  
 Genug Zeit und ausreichende Kommunikation ist notwendig  
 Oder auch mal die Zeit von jemandem „bestimmen“ lassen ...?

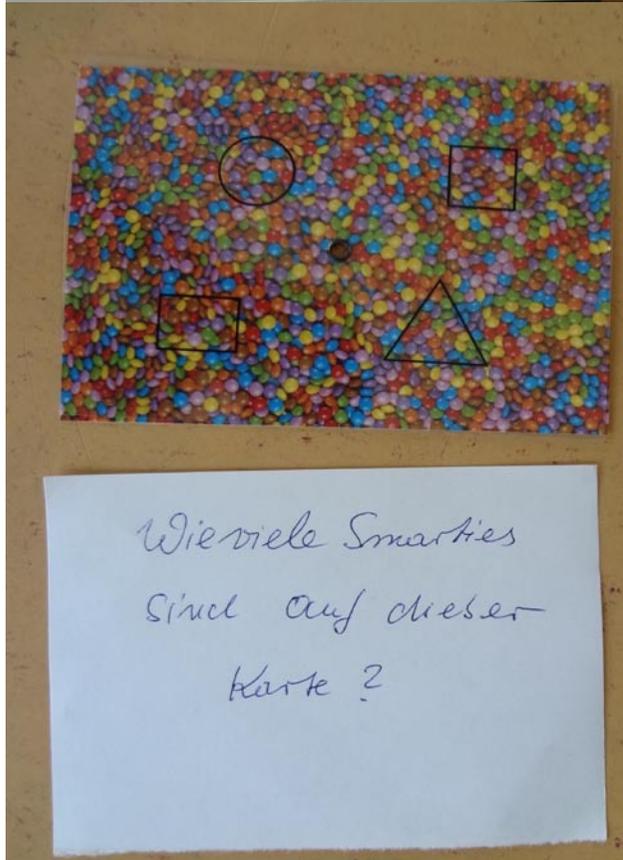
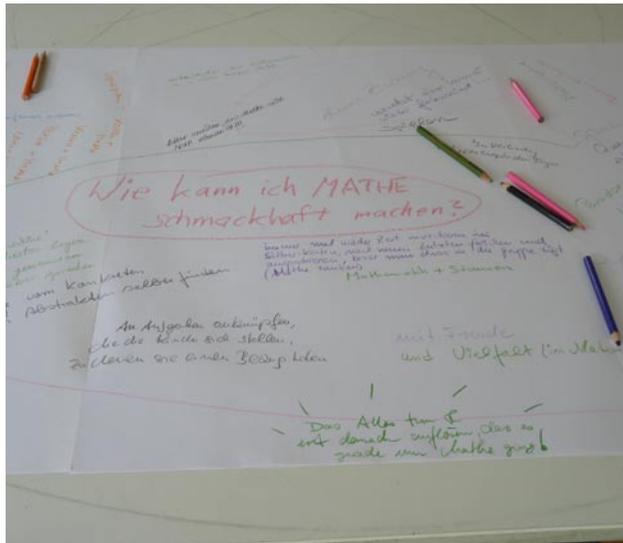
*auf Augenhöhe*, das gibt auch Freiheit, hier hat auch das „Festlegen“ der Gruppen/ Partner funktioniert, das war in dem Zeitrahmen vielleicht eine fruchtbare „Fremdbestimmung“?  
 Es gab einfach eine Vertrautheit –ich wusste, es kümmert sich jemand.  
 Dauerhaftigkeit ist wichtig, und zum richtigen Zeitpunkt neue Impulse geben

Vertrauen / Verlässlichkeit  
 Vertrauen haben ... und Selbstvertrauen  
 Wenn man voneinander lassen kann ...!  
 Und wenn nicht im üblichen Sinne bewertet wird, sondern vielmehr ergründet werden kann, was das Gesagte für einen Selbst und



für den Prozess bedeutet  
 Mit Vielfalt leben (lassen)...  
 wenn es Spaß macht und zum Denken ermuntert  
 wenn man Fokus hat ...  
 Motivation zum Weiterkommen hat ...  
 oder bekommt  
 Wenn man das Gefühl bekommt, dass eigene Ideen andere weiterbringen und wertvoll sind.  
 ... und andersherum.....man sich dadurch befruchtet  
 Feedback geben und bekommen tut gut!! Sie braucht Menschen, die an der Sache interessiert sind und offen sind für die Ideen anderer...  
 Funktioniert auch, wenn man an der Sache eigentlich nicht interessiert ist → unterschiedliche Zugänge und Herangehensweisen können dann das Thema interessant machen  
 Beide/alle können zuhören  
 \_\_==\_\_==\_\_ sich einbringen  
 \_\_==\_\_==\_\_ sich zurücknehmen  
 Wenn Ideen ernstgenommen und gemeinsam weiterentwickelt werden und man dies zulässt  
 Auf einer gemeinsamen Grundlage:

- Spaß
- Sympathie
- Ziel
- Zweck
- Interessen ....



## Wie kann ich MATHE schmackhaft machen?

... immer mal wieder Zeit investieren ins Selber-Kosten, nach neuen Zutaten forschen und selbstausprobieren, bevor man etwas in die Gruppe trägt (Mathe tanken) :

- „schöne“ Muster legen und gemeinsam darüber sprechen
- Wege vom Konkreten zum Abstrakten selber finden
- An Aufgaben anknüpfen, die die Kinder sich stellen, zu denen sie einen Bezug haben
- mit Freude und Vielfalt (in Material und Assoziationen....)

Das Alles tun & erst danach auflösen, dass es gerade um Mathe ging!

Durch verschiedene Zugänge Persönlichen Bezug finden ... *lassen, gute, klare Fragen stellen und viele „Lösungswege“ ermöglichen ...*

Aufgaben, die man nicht „falsch“ machen kann ...

Au ja! Gerade die „Fehler“ mal in den Mittelpunkt stellen - dann sieht man plötzlich ganz viel.

Indem ich das richtige Maß verwende und eine gute Balance beim Würzen finde.

Den Begriff der Mathematik verändern, um eventuellem Abschrecken entgegen zu wirken,

Mathemagie z.B. – ein Türöffnerbegriff Verdeutlichen, dass Mathematik in vielen Dingen steckt - Synergien:

Kochen + Mathe

Kunst + Mathe

Poesie + Mathe

Natur + Mathe

Musik + Mathe

Klar machen, dass Mathe nicht NUR rechnen bedeutet !!!

Spielerisch Querverbindungen erkunden z.B. zum Bauen und Konstruieren oder in Verbindung mit *philosophischen* Fragen ...

Ohne Zwang *Vernetzt aber immer wieder fokussiert...* Spielen

Unterschiedliche Möglichkeiten, z.B. mit einfachen nicht ablenkenden geometrischen Materialien z.B. ▲●

oder auch erstmal mit „Brei“

- um verrückte - kreative - Denkprozesse auszulösen:

> die Masche? im Brei finden

> und auch fast ganz „ohne“ Materialien

> nur mit dem Körper wahrnehmen

> Kopf, Papier, Stift + Stimme

das Magische der Mathematik herauskehren *und selber finden*

Auf mehreren Kanälenvisuell, haptisch.....

akkustisch, kognitiv ..... „leckere Häppchen“ anbieten,

Themen, die man erst mal nicht mit

Mathematik in Verbindung bringt,

wie z.B. hier die Mathematik in

Naturmaterialien

mit interessanten Bildern/Photos,

die „grübeln“ lassen, Spielerisch

Querverbindungen erkunden

was das mit Mathematik zu tun hat

*und mit Geschichten, Erzählerischem -*

**Humor - Geschichten - Auszeiten**

## Wie habe ich den Workshop erlebt? -

### Wünsche an das Netzwerk:

Es war wieder eine sehr angenehme inspirierende Atmosphäre –  
Bitte im nächsten Jahr wieder! - Erst nächstes Jahr?  
Vielleicht jedes halbe Jahr?!

Sehr inspirierend – Grenzen erlebend  
Undogmatischer Ansprechpartner  
Meinungsaustausch auch außerhalb der Öffnungszeiten – bzw. der Lernwerkstatttreffen

Angespannt + entspannt...spannend + entspannend...  
Ich habe die Vielfältigkeit der Mathematik erlebt

Sehr ermutigend fand ich die vielen guten Ideen zum entdeckenden Lernen, anderen Formen des „Lehrens“!!  
Viele neue Sprossen und Stärkung der Wurzeln...

Viele neue methodische Ansätze  
Was macht ihr noch so? (Bitte informieren)  
Tagung der Europäischen Lernwerkstätten in Linz

Facebookgruppe gründen?!  
Och nö.....

Austausch über dieses Portal?!

Ich habe mich wohlgefühlt, viel erfahren und gelernt und bin sehr froh und dankbar,

dass ich da war und mir nicht wegen des Alltagsstresses die Begegnungen mit Menschen und Mathe habe entgehen lassen.  
Obwohl drumherum so viel Stress war und ist, konnte ich mich gut auf das Thema einlassen und habe trotz aller Kooperation auch mal wieder das Gefühl gehabt, etwas für mich zu tun.

Viele neue – interessante

- inspirierende
- tiefgründige
- aufgeweckte / neugierige
- liebe Menschen kenn gelernt / schätzen gelernt

Denk- & wunderbar wäre mal eine ganze Woche, um unseren Prozessen genügend Raum zu geben!

Ich hätte mir am 3. Tag auch eine kleine praktische Einheit gewünscht

Ich bin ganz beseelt!  
Das ist die Art des Lernens und Arbeitens, die mir am geeignetsten erscheint und mich seit Jahren nicht verlässt.

Ich bin aktiv, motiviert, kreativ, ruhig, entspannt, seelig müde und freudig erregt.  
DANKE!  
Entspannt, anregend, tolle Impulse, spannende Menschen, die eine tolle Arbeitsatmosphäre geschaffen haben!

Wenn mir jemand vor 10 Jahren gesagt hätte, ich würde mal mit Freude einen Matheworkshop vorbereiten + leiten, den hätte ich für verrückt erklärt:

Ich und Mathe – nie im Leben  
Schön wie sich Dinge ändern können

Habe mich schon sehr lange auf den Workshop gefreut und es war Super!!  
Vielen Dank an das Vorbereitungsteam und die nette Truppe.

## Umsetzung in die Praxis

Abschließend fand ein Gespräch statt zu der Frage: Wie kann ich das Erfahrene in der eigenen Lernwerkstatt umsetzen? -  
Erste konkrete Schritte wurden formuliert:

**Christian:** Quadrate und Kreise auf dem Schulhof

**Andrea:** Klassenraumgestaltung mit kleiner Lernwerkstatt

**Mathias und Ingrid:** Mathe-Thema im nächsten Halbjahr in die Lernwerkstatt der C.v. Linné-Schule bringen

**Kim:** viele der Anregungen in den Aufbau der Lernwerkstatt in Zille-GS mitnehmen

**Kerstin:** Lust und Mut mobile Mini-Lernwerkstätten aufzubauen

**Cordula:** Suche nach neuen Kontakten und Möglichkeiten, um etwas eigenes aufzubauen.

**Dabei fiel der treffende Satz:**

**“Der Kern des Kernfachs Mathe könnte süßer werden”**



Wie Kinder im Kindergarten lernen, Beltz, 2002 ISBN 9783589253708

Kerensa Lee: Kinder erfinden Mathematik mit gleichem Material in großer Menge; 2010 Verlag das Netz, ISBN 978-3868920369

Ruf, Urs / Gallin, Peter: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik / Austausch unter ungleichen Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik

Renate Feuerlein, Andrea Przybilla: Zahlenspaß für Kleine, Herder Verlag, 2008, ISBN 978-3-451-05834-9

Glaeser, Polhner: Bilder der Mathematik, Spektrum Verlag, 2010, ISBN 978-3-8274-2565-2

Paul Le Bohec: Verstehen heißt wiedererfinden – Natürliche Methoden und Mathematik, Pädagogik-Kooperative

Hrsg. Thiagar Devendran: Das beste aus dem Mathematischen Kabinett, Stuttgart 1990, Komet Verlag, ISBN 3898363171

L.Tarassow: Symmetrie, Symmetrie - Strukturprinzipien in Natur und Technik, Heidelberg 1999, Spektrum Verlag Berlin, ISBN 3827409373

Andrea Peter-Koop/Meike Grüßling: Mit Kindern Mathematik erleben, Lernbuch Verlag 2007, ISBN 9783780080059

Branden Broll: Reise durch den Mikrokosmos, National Geographic Deutschland 2007, ISBN 9783866900134

Eckhard Siepmann Werkbund Archiv: Der Zerfall eines alten Raumes, Museumspädagogischer Dienst 1988

Lydia Sharman: Dreieck, Rechteck, Kreis - Spiel und Spaß mit Formen, Würzburg 1996, Edition Bücherbär Arena Verlag, ISBN 3401072943

Ulrich Vogt: Der Würfel ist gefallen – 5000 Jahre rund um den Kubus, Hildesheim 2012, Olms Verlag, ISBN 9783487085180

Nancy Hoenisch : Mathe-Kings, 2007, Verlag das Netz, ISBN 978-3937785370

Hefte der Zeitschrift *Grundschule* zu Themen Sachrechnen und Fermi-Aufgaben

Audiovisuelles von Albrecht Beutelspaner:

- Wunderwelt der Mathematik – Vorlesungen für Kinder, dvd
- Wie man durch eine Postkarte steigt und andere mathematische Experimente, dvd
- Zauber der Zahlen – Vorlesungen für Kinder, dvd
- Mathematische Knocheien, Hörbuch

[www.wvb-gym.de/cont/cms/upload/pdf/JederistMathematiker.pdf](http://www.wvb-gym.de/cont/cms/upload/pdf/JederistMathematiker.pdf)

## Sinnvolle Mathe-Materialien

- Sachen in großen Mengen (z.B. Pappbecher, Cent-Stücke, Würfel, Deckelchen, Bierfilze etc.)
- Spiegel, Waagen, Sanduhren, Zollstöcke und ähnliche Messgeräte
- Kalender /Lieferscheine/Quittungsblöcke
- geometrische Legeplättchen/Stempel mit geometrischen Formen
- XEO-Baumaterial
- Montessori: Geometrische Körper/Perlenmaterial/Legestäbchen
- Aufsteller für Stationen mit einer offenen Frage oder einem Bild, so das verschiedene Lernwege und Lösungen möglich sind
- Mathemagie-Forscherbuch:
  - + was ist Mathematik?
  - + Mathe und ich (Finger, Füße, Kopfumfang)
  - + Mathe in der Lernwerkstatt
  - + das habe ich erforscht/entdeckt/gelernt
  - + dann viele leere Seiten



